Corrigé DNB 2022 - Métropole

Exercice 1 (20 points)

1) (AC) et (BD) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même droite (AB).

2) (AB) et (CD) sont sécantes en E ; (AC) et (BD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{BD}$ donc $\frac{20}{5} = \frac{AC}{1}$ $\rightarrow$ AC = 20 : 5 $\rightarrow$ **AC = 4 pas**

3) Dans le triangle ACE rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore : $CE^2 = CA^2 + AE^2$

donc $CE^2 = 4^2 + 20^2$ soit $EC^2 = 400 + 16$ donc $EC^2 = 416$ $\rightarrow$ **EC = $\sqrt{416}$ ou EC ≈ 20,4 pas**.

On désire la longueur en mètres donc on convertit 65 cm = 0,65 m

EC = $\sqrt{416} \times 0{,}65$ $\rightarrow$ **EC ≈ 13,26 m donc 13,3 m** arrondi au dm près

4) a) La distance CE est de 13,3 m donc le bâton parcourt 13,3 m en 5 s.

Pour une seconde, il faut donc diviser cette distance par 5 soit **2,66 m/s**.

b)

Distance parcourue en m	13,3	
Durée en s	5	3600

1h = 3 600 s

On fait donc le calcul suivant : $\frac{13{,}3 \times 3600}{5}$ = 9 576.

La vitesse est donc de 9 576 m/s soit **9,576 km/h**.

Elle est donc bien **inférieure à 10 km/h**.

Exercice 2 (20 points)

1) C'est une translation (celle qui amène, par exemple, A en A') donc **réponse A**

2) On cherche l'antécédent de 2 par g donc on se place en 2 sur l'axe des ordonnées (axe vertical) et on lit l'abscisse du point de la droite ayant 2 pour ordonnée soit 1 donc g (1) = 2. **Réponse B**.

3) $f(2) = 3 \times 2^2 - 7$ $\rightarrow$ f(2) = 5 donc ce n'est pas la A. ; f n'est pas affine car elle ne se met pas sous la forme f(x) = ax + b donc ce n'est pas la C.

$f(3) = 3 \times 3^2 - 7 \rightarrow 3 \times 9 - 7 = 20$ donc **réponse B**.

4) Pour obtenir la médiane, il faut mettre les valeurs dans l'ordre :

3,41 ; 3,7 ; 4,01 ; 4,28 ; 4,3 ; 4,62 ; 4,91 ; 5,15 ; 5,25 ; 5,42 ; 5,82 ; 6,07 ;6,11 ;

Il y a 13 valeurs donc il faut prendre la 7e dans l'ordre croissant : 4,91

C'est la **réponse B**

5) Dans le cas d'un agrandissement / réduction, si les longueurs sont multipliées (ou divisées) par un nombre k, le coefficient pour les aires est k^2.

Cherchons les côtés homologues : [AL] est le plus petit et est associé à [BU].

2,1 × 3 = 6,3 donc le rapport des longueurs est 3 donc pour les aires 3^2 soit 9.

C'est la **réponse C**.

Exercice 3 (20 points)

1) a) 9 n'est pas un nombre premier (3×3) donc cela ne peut pas être la proposition 1 de même pour la 2 avec 21 (3×7). Il ne reste donc que la **proposition 3**.

$252 = 2 \times 126$

$252 = 2 \times 2 \times 63$

$252 = 2 \times 2 \times 7 \times 9$

$252 = 2 \times 2 \times 7 \times 3 \times 3$ donc $\mathbf{2^2 \times 3^2 \times 7}$

b) $156 = 2 \times 78$

$156 = 2 \times 2 \times 39$

$\mathbf{156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 \rightarrow 2^2 \times 3 \times 13}$

2) a) **Non** car 156 n'est pas divisible par 36 ($36 \times 4 = 144$; $36 \times 5 = 180$)

b) On veut des paquets identiques et comme on veut utiliser toutes les cartes, il faut chercher un diviseur commun à 252 et 156. On souhaite avoir le plus grand nombre de paquets possibles donc on cherche le plus grand diviseur commun (**PGCD**). Pour cela, dans les décompositions en produit de facteurs premiers, on cherche les nombres communs : $2^2 \times 3$ soit 12.

On peut donc faire un maximum de 12 paquets.

c) 252 : 12 = 21. Il y a **21 cartes de type "feu"** par paquets.

156 : 12 = 13. Il y a **13 cartes de type "terre"** par paquets.

d) Comme les cartes sont indiscernables au toucher, on est dans un cas d'équiprobabilité.

La probabilité est donc de $\dfrac{\text{nombres d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}} = \dfrac{156}{408} \rightarrow \mathbf{\dfrac{13}{34}}$ soit **environ 0,38**.

Il y a 252 + 156 cartes en tout donc le nombre total d'issues est 408.

Il y a 156 cartes "terre" donc le nombre d'issues favorables est 156.

Exercice 4 (20 points)

1) L'aire du carré est égale à "côté × côté" soit $x \times x$ donc x^2.

2) L'aire du rectangle est égale à "longueur × largeur" soit $(x - 3)(x + 7)$.

$(x - 3)(x + 7) = x^2 + 7x - 3x - 21 \rightarrow x^2 + 4x - 21$.

3) Le programme Scratch doit correspondre à l'expression précédente : $x^2 + 4x - 21$

ligne 4 : R $\rightarrow x \times x$ on a donc la partie x^2 ; il faut ajouter 4x

ligne 5 : ajouter "**4**" × x à R on est donc maintenant à 4x + 4x ; reste à retirer 21

ligne 6 : ajouter "**- 21**" à R $x^2 + 4x + (-21)$

ligne 7 : dire regrouper "L'aire du rectangle est" et" **R**" pendant 2 secondes.

La phrase doit permettre de donner le résultat, c'est-à-dire la dernière valeur calculée de la variable R.

4) On presse la touche Espace donc on lance le programme. Il nous demande un nombre et on choisit 8. On doit donc faire le calcul avec x = 8

$8^2 + 4 \times 8 - 21 = 64 + 32 - 21 \rightarrow 96 - 21 = 75$.

Le programme renvoie donc : **L'aire du rectangle est 75.**

5) Aire du carré : x^2 ; Aire du rectangle = $x^2 + 4x - 21$
Aire du carré = aire du rectangle donc $x^2 = x^2 + 4x - 21$

$x^2 \mathbf{- x^2} = x^2 \mathbf{- x^2} + 4x - 21$ on retire $1x^2$ à gauche, on fait la même opération à droite

$0 = 4x - 21$ on effectue les calculs

$0 \mathbf{+ 21} = 4x - 21 \mathbf{+ 21}$ on ajoute 21 dans les 2 membres de l'équation

$21 = 4x$ on effectue les calculs

$\frac{21}{\mathbf{4}} = \frac{4}{\mathbf{4}} x$ on divise par 4 chacun des membres de l'équation

$5{,}25 = x$

En choisissant **x = 5,25 cm (ou $\frac{21}{4}$ cm)**, les deux figures ont la même aire.

Exercice 5 (20 points)

1) Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde, il faut donc déterminer le nombre de secondes dans une journée de 24 heures : **60 × 60 × 24** = 86 400
Il y a 86 400 s dans une journée donc 86 400 gouttes s'écoulent.

2) En une semaine, il y a 7 jours donc 86 400 × 7 =604 800 gouttes qui s'écoulent.
On sait qu'il faut 20 gouttes pour avoir 1 mL donc 604 800 : 20 = 30 240 mL.
La perte d'eau est donc de 30 240 mL en une semaine.
1 L = 1 000 mL donc 30 240 mL = 30,24 L
La fuite d'eau est de **30,24 L** en une semaine.

3) D'après la formule donnée dans l'énoncé : $\pi \times 20^2 \times 15 = 6\,000\,\pi \rightarrow$ environ 18 850 cm^3.
On sait 1 dm^3 = 1 000 cm^3 et que 1 dm^3 = 1 L donc 18 850 cm^3 = **18,85 L**

4) En comparant les résultats des deux questions précédentes, il est évident que **l'eau va déborder** car 30,24 > 18,85.

5) On cherche à résoudre cette équation 165 × … = 148 donc 148 : 165 ≈ 0,897 ou 0,9

Un coefficient de 0,9 correspond à une baisse (plus petit que 1) de 10% car $0{,}9 = 1 - \frac{10}{100}$.

ou

$\frac{165 - 148}{165} = \frac{17}{165} \rightarrow 0{,}103 \rightarrow$ donc une baisse de 10,3% soit environ 10%

La consommation a diminué de 10%.